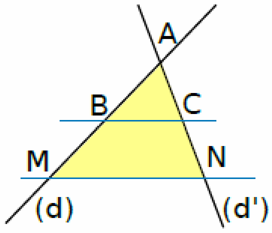
<u>Méthode 1</u> : calculer une longueur avec le théorème de Thalès.

À connaître : Théorème de Thalès

> Soient deux droites (d) et (d') sécantes en A.
> B et M sont deux points de (d) distincts de A.
> C et N sont deux points de (d') distincts de A.
> Si les droites (BC) et (MN) sont **parallèles** alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Exemple 1 : Sur la figure ci-contre, les droites (BC) et (MN) sont parallèles. AB = 3 cm ; AN = 4 cm et AM = 7 cm.
Calcule la longueur AC.

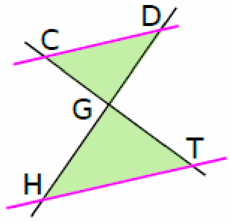


Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A.
Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$, soit $\frac{3}{7} = \frac{AC}{4} = \frac{BC}{MN}$.

On utilise la propriété des produits en croix pour calculer la longueur demandée.

Calcul de AC : $7 \times AC = 3 \times 4$ soit $AC = \frac{3 \times 4}{7} = \frac{12}{7}$ donc $AC = \frac{12}{7}$ cm.

Exemple 2 : Sur la figure ci-contre, les droites (CD) et (HT) sont parallèles.
On donne DG = 25 mm ; GH = 45 mm ; CG = 20 mm et HT = 27 mm.
Calcule GT et CD.



Les droites (DH) et (CT) sont sécantes en G.
Les droites (CD) et (HT) sont parallèles.
D'après le théorème de Thalès, on a $\frac{GC}{GT} = \frac{GD}{GH} = \frac{CD}{HT}$, soit $\frac{20}{GT} = \frac{25}{45} = \frac{CD}{27}$.

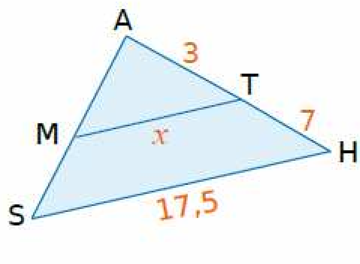
Calcul de GT : $25 \times GT = 45 \times 20$.
$GT = \frac{45 \times 20}{25}$
donc GT = 36 mm.

Calcul de CD : $25 \times 27 = 45 \times CD$.
$CD = \frac{25 \times 27}{45}$
donc CD = 15 mm.

Exercices « À toi de jouer »

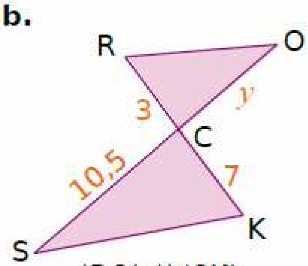
1 Dans chacun des cas suivants, calcule, si c'est possible, la valeur de x, y et z indiquée sur la figure.

a.



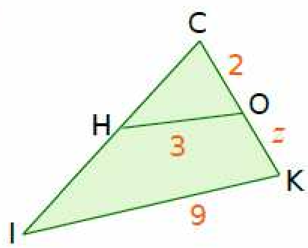
(MT) // (SH)

b.



(RO) // (SK)

c.



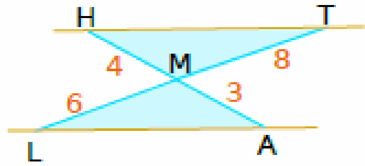
2 Dans le triangle DOT, E est un point de [DO]. La parallèle à (OT) passant par E coupe [DT] en F. On sait que DO = 6 cm ; DT = 5 cm ; OT = 8 cm et DF = 1 cm.
Calcule DE et EF.

<u>Méthode 2</u> : Démontrer que des droites sont parallèles avec la réciproque du théorème de Thalès.

À connaître : Réciproque du théorème de Thalès

Soient (d) et (d') deux droites sécantes en A.
B et M sont deux points de (d) distincts de A.
C et N sont deux points de (d') distincts de A.
Si les points A, B, M d'une part et les points A, C, N d'autre part sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exemple : Les droites (LA) et (HT) sont-elles parallèles ?



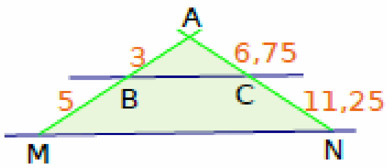
D'une part, $\frac{MH}{MA} = \frac{4}{3}$. | D'autre part, $\frac{MT}{ML} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$.

On constate que $\frac{MH}{MA} = \frac{MT}{ML}$. De plus, les points A, M, H d'une part et les points L, M, T d'autre part sont alignés dans le même ordre. Donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AL) et (HT) sont parallèles.

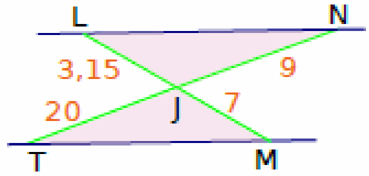
Exercices « À toi de jouer »

4 Montre que les droites bleues dans les figures ci-dessous sont parallèles.

a.

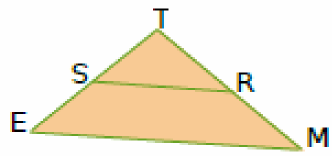


b.



<u>Méthode 3</u> : Démontrer que des droites ne sont pas parallèles avec la contraposée du théorème de Thalès.

Exemple : Sur la figure ci-contre, TR = 11 cm ; TS = 8 cm ; TM = 15 cm et TE = 10 cm.
Montre que les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.



Les droites (ES) et (MR) sont sécantes en T.

D'une part, $\frac{TR}{TM} = \frac{11}{15} = \frac{22}{30}$. | D'autre part, $\frac{TS}{TE} = \frac{8}{10} = \frac{24}{30}$.

On constate que $\frac{TR}{TM} \neq \frac{TS}{TE}$. Or, si les droites (RS) et (ME) étaient parallèles, d'après le théorème de Thalès, il y aurait égalité.
Comme ce n'est pas le cas, les droites (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.

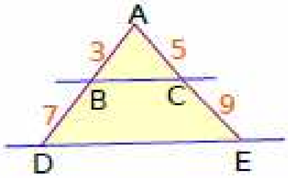
Autre rédaction est possible :

Comme $\frac{TR}{TM} \neq \frac{TS}{TE}$ et que les points T, S, E et T, R, M sont alignés dans le même ordre alors, d'après la contraposée du Théorème de Thalès : (RS) et (ME) ne sont pas parallèles.

Exercices « À toi de jouer »

3 Montre que les droites bleues ne sont pas parallèles.

a.



b.