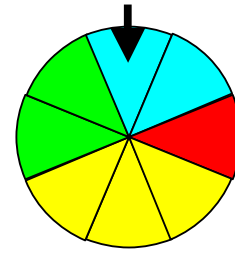


Probabilités

I] Expérience aléatoire

1) Exemples :

- Lancer une pièce de monnaie et regarder la face supérieure.
- Lancer un dé à six faces et regarder le nombre obtenu.
- Faire tourner une roue marquée sur ses secteurs de couleurs différentes et regarder le secteur marqué par la flèche.



Une **expérience** (lancé un dé par exemple) est **aléatoire** lorsqu'elle a plusieurs résultats ou issues (1, 2, 3, 4, 5 ou 6 dans le cas du lancé d'un dé) et que l'on ne peut pas prévoir, à priori, quel résultat se produira.

2) **Réalisons une expérience aléatoire** : Dans une classe de 27 élèves, chaque élève lance 100 fois un dé à six faces et note les effectifs d'apparition de chaque face dans un tableau. Par exemple, un élève obtient le tableau suivant :

Faces	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	20	14	10	22	16	18	100

Regroupons l'ensemble des résultats de la classe dans un même tableau puis calculons les fréquences d'apparition de chaque face.

Faces	1	2	3	4	5	6	Total
Effectifs	434	456	443	459	435	473	2700
Fréquences	16,1%	16,9%	16,4%	17%	16,1%	17,5%	100

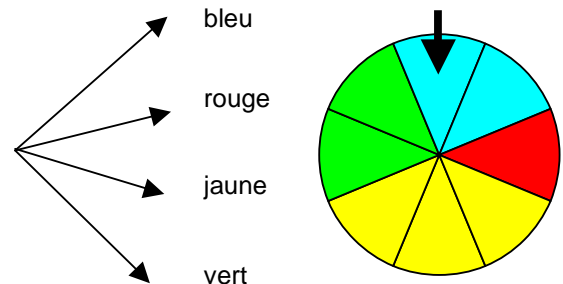
Les fréquences d'apparition sont très proches les unes des autres.

Théoriquement, il y a autant de chance d'obtenir un 1, un 2, ... ou un 6. En effectuant un nombre encore plus grand de lancers, les fréquences se rapprocheraient les unes des autres de façon encore plus évidente.

II] Notion de probabilité

1) Arbre des possibles

Exemple : Lorsqu'on fait tourner la roue du I], quatre issues sont possibles. On le schématise sur l'arbre des possibles :



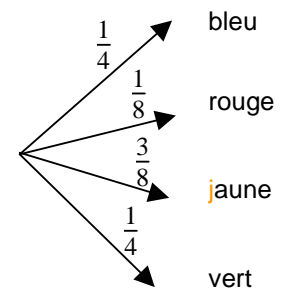
L'**arbre des possibles** permet de visualiser les issues d'une expérience aléatoire.

2) Probabilité

Exemple : 2 secteurs sur 8 sont de couleur bleue. Lors d'une expérience aléatoire, il y a donc 2 chances sur 8 d'obtenir un secteur de couleur bleue.

On dit que la probabilité d'obtenir un secteur bleu est égale à $\frac{2}{8}$, soit $\frac{1}{4}$.

On inscrit sur l'arbre des possibles les probabilités des différentes issues.

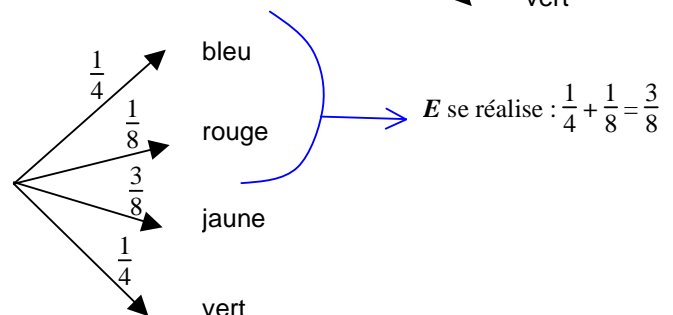


3) Evènement

Exemple : Soit l'évènement E « La roue s'arrête sur un secteur bleu ou rouge ».

Quelle est la probabilité que cet évènement se réalise ?

On dit que la probabilité que l'évènement E se réalise est égale à $\frac{3}{8}$ et on note : $P(E) = \frac{3}{8}$.



Un **évènement** est constitué par plusieurs issues d'une même expérience aléatoire.

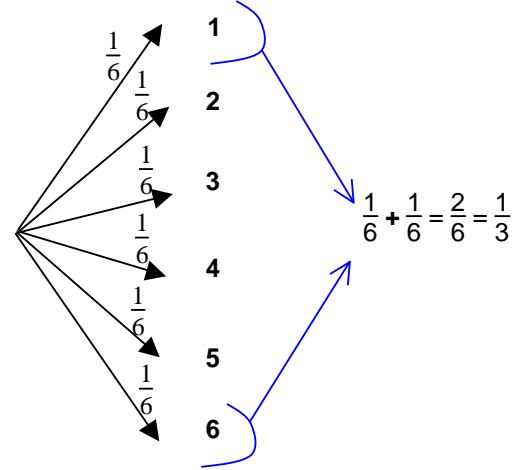
Méthode : On considère l'expérience aléatoire suivante : on lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus. Soit E l'évènement : « La face du dessus est un 1 ou un 6 ». Quelle est la probabilité que l'évènement E se réalise ?

On construit l'arbre des possibles de l'expérience aléatoire :
Chaque issue à la même probabilité : il y a une chance sur six de sortir un 1, un 2, ... ou un 6.

On dit qu'il y a **équiprobabilité**.

Ainsi $P(E) = \frac{1}{3}$. La probabilité que l'évènement E se réalise est de $\frac{1}{3}$.

Il y a donc une chance sur trois d'obtenir un 1 ou un 6 en lançant un dé.

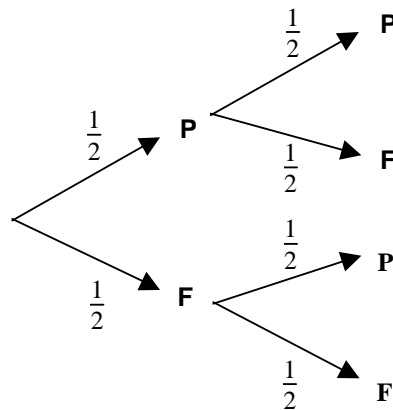


Exemple 1 : Déterminer la probabilité de tirer un as ou un trèfle dans un jeu de 32 cartes.

III] Exemple d'une expérience aléatoire à deux épreuves

Méthode : Lancer deux fois de suite une pièce de monnaie est une expérience aléatoire à deux épreuves. Soit E l'évènement : « On obtient au moins une fois la face PILE. »

Sur un même chemin, on multiplie les probabilités.



- $(P ; P) \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (probabilité d'obtenir deux piles)
- $(P ; F) \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (probabilité d'obtenir pile puis face)
- $(F ; P) \quad \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ (probabilité d'obtenir face puis pile)

Donc $P(E) = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$.

La probabilité que l'évènement E se réalise est de $\frac{3}{4}$. Il y a donc trois chances sur quatre d'obtenir au moins une fois la face PILE lorsqu'on lance deux fois de suite une pièce de monnaie.

Exemple 2 : On fait tourner deux fois successivement la roue du I].

- 1) Construire l'arbre des possibles de cette expérience aléatoire.
- 2) Calculer les probabilités des évènements suivants : A : « obtenir deux fois la même couleur. » et B : « obtenir deux couleurs différentes. »

Exemple 3 (à deux épreuves) : Un joueur de tennis a droit à deux tentatives pour réussir sa mise en jeu. Fabio réussit sa première balle de service dans 65 % des cas. Quand il échoue, il réussit la seconde dans 80 % des cas. Quelle est la probabilité pour qu'il commette une double faute (c'est-à-dire qu'il échoue deux fois de suite) ?

Exemple 4 (à deux épreuves) : Dans une urne, il y a cinq boules rouges (R), deux boules bleues (B) et une boule verte (V), indiscernables au toucher. On tire successivement et sans remise deux boules. Détermine la probabilité de tirer deux boules de la même couleur. On pourra représenter tous les résultats sur un arbre des possibles.