PGCD : définition et méthode élémentaire

I] Diviseurs communs à deux entiers

Vocabulaire : Compléter les affirmations suivantes :

$29 \times 11 = 319$ donc : 29 est un ………………………… de 319 ; 319 est un ..……………………… de 11.
$17 \times 36 = 612$ donc : 17 a pour ………………………… 612 ; 612 a pour ..………………………. 36.
$23 \times 18 = 414$ donc : 18 est un ………………………… de 414 ; 414 a pour ..………………………. 18.

Définition : a, b et k sont trois nombres entiers naturels quelconques. On dit que k est un diviseur commun de a et b si a et b sont divisibles par k.

Exemples : 1) « 3 est un diviseur commun de 12 et 9 » ; « 4 n'est pas un diviseur commun de 16 et 18 ».

2) Trouver deux diviseurs communs de 56 et 70.

Définition-propriété : l'ensemble des diviseurs communs de deux entiers naturels a et b admet un plus grand élément noté PGCD(a ; b).

Exemples : 1) Dresser la liste des diviseurs de 24 puis la liste des diviseurs de 36. Dresser ensuite la liste des diviseurs communs de 24 et 36. En déduire PGCD(24 ; 36).

2) Dresser la liste des diviseurs de 45 puis la liste des diviseurs de 81. Dresser ensuite la liste des diviseurs communs de 45 et 81. En déduire PGCD(45 ; 81).

3) Trouver le PGCD de 56 et 70.

EXERCICE 1 : Donner tous les diviseurs des nombres suivants :

35	
19	
32	
50	
24	
20	
25	
27	

Compléter :

PGCD(35 ; 19) = …	PGCD(35 ; 32) = …	PGCD(50 ; 35) = …
PGCD(35 ; 20) = …	PGCD(27 ; 32) = …	PGCD(50 ; 24) = …
PGCD(25 ; 50) = …	PGCD(25 ; 27) = …	PGCD(32 ; 50) = …

EXERCICE 2. Compléter :
Les diviseurs de 48 sont : …………………………….……………………….
Les diviseurs de 90 sont : …………………………….……………………….
Les diviseurs communs de 48 et 90 sont : …………………………….……………………….
Donc, le Plus Grand Diviseur Commun à 48 et 90 est : PGCD (48 ; 90) = ……… .

EXERCICE 4. Compléter :
Les diviseurs de 55 sont : …………………………….……………………….
Les diviseurs de 143 sont : …………………………….……………………….
Les diviseurs communs de 55 et 143 sont : …………………………….……………………….
Donc, le Plus Grand Diviseur Commun à 55 et 143 est : PGCD (55 ; 143) = ……… .

EXERCICE 5 : En utilisant la méthode des deux exercices précédents, déterminer le plus grand diviseur commun à 210 et 52.