

Chapitre « PGCD »

IV] Fractions irréductibles

Définition : deux nombres entiers naturels sont premiers entre eux si leur PGCD vaut 1. C'est-à-dire qu'ils n'ont que 1 comme diviseur commun.

Exemples : 2 et 3 sont premiers entre eux car $\text{PGCD}(2 ; 3) = 1$; 85 et 42 sont premiers entre eux (cf. Ex 62 page ?) car $\text{PGCD}(85 ; 42) = 1$; 27 et 32 sont premiers entre eux car $\text{PGCD}(27 ; 32) = 1$; 14 et 35 ne sont pas premiers entre eux car $\text{PGCD}(14 ; 35) = 7$...

[à l'oral : peut-on savoir « vite » si $\frac{42}{85}$ est irréductible ? Et $\frac{154}{105}$?]

Définition : une fraction est irréductible si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux. C'est-à-dire si leur PGCD vaut 1.

Exemples : a) $\frac{251}{68}$ est-elle irréductible ?

b) $\frac{232}{493}$ est-elle irréductible ?

[demander oralement comment la rendre irréductible et expliquer sur cet exple la simplification par le PGCD...]

c) $\frac{6468}{1365}$ est-elle irréductible ? Sinon, simplifiez-la pour la rendre irréductible.

Méthode pour rendre une fraction irréductible : on calcule le PGCD du numérateur et du dénominateur. Il y a deux possibilités :

a) Si le PGCD vaut 1, alors la fraction est irréductible.

b) Si le PGCD ne vaut pas 1, alors on simplifie la fraction par le PGCD et on obtient une fraction irréductible.

Exemple : $\frac{18588}{23256}$ est-elle irréductible ? Sinon, simplifiez-la pour la rendre irréductible.

[Avant de se lancer dans le PGCD, faire remarquer que s'il n'y avait que le début de la question, il suffirait de dire que l'on peut simplifier par 2...]

[D'autres exemples à traiter : $\frac{1029}{1050}$; $\frac{351}{308}$; $\frac{216}{126}$; ...]

[Exercices : feuille distribuée + exs 43, 47, 50 page 22 et d'autres...]