

Inéquations

I Opérations avec les inégalités :

Vocabulaire : Dans une inégalité, on trouve toujours l'un des 4 signes suivants :

« < » se lit « strictement inférieur ». Ex : $5 < 7$

« > » se lit « strictement supérieur ». Ex : $-8 > -15$

« ≤ » se lit « inférieur ou égal ». Ex : $3 \leq 9$ ou $5 \leq 5$

« ≥ » se lit « supérieur ou égal ». Ex : $-2 \geq -5$ ou $3 \geq 3$

Activité (semi-orale) : (1) on part de $2 < 3$, compléter avec « < » ou « > » :

$2 + 5$	$3 + 5$
$2 - 8$	$3 - 8$
2×4	3×4
$2 \times (-5)$	$3 \times (-5)$
$\frac{2}{4}$	$\frac{3}{4}$
$\frac{2}{-4}$	$\frac{3}{-4}$

(2) on part de $-4 < 7$, même chose...

(3) on part de $-1 > -6$, même chose...

Règles de manipulation des inégalités :

- Une inégalité reste vraie si on ajoute ou on retire le même nombre à chaque membre de l'inégalité.

Exemples : Si $x > y$ alors $x + 18 > y + 18$.

Si $x \geq y$ alors $x - 3 \geq y - 3$.

- Une inégalité reste vraie si on multiplie ou divise chaque membre de l'inégalité par un même nombre **positif**.

Exemples : Si $t \leq s$ alors $\frac{t}{5} \leq \frac{s}{5}$.

Si $t < s$ alors $3t < 3s$.

- **Attention : Si on multiplie ou divise chaque membre de l'inégalité par un nombre négatif, alors il faut changer le sens de l'inégalité.**

Exemples : $13 \geq 3$ mais $13 \times (-2) \leq 3 \times (-2)$.

Si $x > y$ alors $\frac{x}{-3} < \frac{y}{-3}$.

Exemples : 1) si $x \geq 2$, que peut-on dire de $2x - 7$?

2) Si $x < 3$, que dire de $-3x + \frac{1}{7}$?

3) Isoler x dans l'inégalité suivante : $4x - 5 \leq -2$.

II Inéquations :

Activité : On cherche à savoir pour quelles valeurs de x on a $4x + 1 > 6$.

Pour cela on remplit le tableau de valeur suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$4x + 1$								

Qu'en pensez-vous ?

[insister sur ce qui se passe entre 1 et 2...]

[expliquer le fait qu'on va isoler x ...]

Résolution d'une inéquation : Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs de l'inconnue pour que l'inégalité donnée soit vraie.
On cherche alors à isoler l'inconnue d'un côté du symbole de l'inégalité. La méthode de résolution est la même que pour les équations, sauf si on multiplie ou divise par un nombre négatif : dans ce cas, l'inéquation change de sens.

Exemples : résoudre les inéquations suivantes :

$$4x + 1 > 6$$

$$-2x + 4 \leq x - 2$$

Ensembles de solutions : Le plus souvent (sauf mention contraire dans un énoncé) on répond par une phrase puis on hachure sur une droite représentant l'ensemble des nombres, la partie des nombres qui ne convient pas.

Exemples de représentations graphiques de solutions :

Solutions	Phrase	Représentation graphique des solutions
$x < 7$		
$x > -2$		
$x \geq \frac{7}{3}$		
$x \leq -\sqrt{2}$		

Exemple de mise en inéquation : Un parc de loisir propose deux formules d'abonnement.

- Formule A : La carte à l'année coûte 55 € et le prix d'une entrée est de 20 €.
 - Formule B : La carte à l'année coûte 80 € et le prix d'une entrée est de 15 €.
- On note y le nombre d'entrées.

1) Exprimer, en fonction de y , le coût à l'année avec la formule A et le coût à l'année avec la formule B.

2) À partir de combien d'entrées dans l'année, la formule B se révèle-t-elle plus intéressante que la formule A ?

Exemple final (Brevet) : on donne l'inéquation $x + 5 \leq 4(x + 1) + 7$.

1) Expliquer pourquoi chacun des nombres suivants est ou n'est pas solution de l'inéquation : -5 ; -3 ; 0 ; 3 .

2) Résoudre l'inéquation. Représenter l'ensemble des solutions sur une droite graduée.