

Factorisation

Définition : factoriser une expression, c'est la transformer en un produit.

Exemples : $2 \times 3 + 2 \times 7 = 2 \times (3 + 7)$

Facteur commun Forme factorisée

Soit x un nombre quelconque : $2x + 3x = x \times (2 + 3) = 5x$

Forme factorisée

$$3x + 6x^2 = x \times (3 + 6x) = x(3 + 6x)$$

Forme factorisée

Méthodes pour factoriser une expression : il y a deux méthodes pour factoriser une expression :

1) En trouvant un facteur commun (exemples ci-dessus) et en utilisant les propriétés de 5^{ème} (k , a et b trois nombres quelconques) :

$$ka + kb = k(a + b) \qquad ka - kb = k(a - b)$$

Forme factorisée Forme factorisée

2) En utilisant les identités remarquables :

$$(a)^2 + 2 \times a \times b + (b)^2 = (a + b)^2$$

Forme factorisée

$$(a)^2 - 2 \times a \times b + (b)^2 = (a - b)^2$$

Forme factorisée

$$(a)^2 - (b)^2 = (a + b)(a - b)$$

Forme factorisée

Méthode sur un exemple pour le 1) :

On veut factoriser $A = (3x + 2)(x - 2) + (3x + 2)(2x - 5)$. Nous avons clairement un facteur commun en la présence de $(3x + 2)$... C'est lui qui jouera le rôle de k . $(x - 2)$ jouera le rôle de a et $(2x - 5)$ celui de b ...

$$A = \overbrace{(3x + 2)}^k \times \overbrace{(x - 2)}^a + \overbrace{(3x + 2)}^k \times \overbrace{(2x - 5)}^b$$

$$A = (3x + 2) \times [(x - 2) + (2x - 5)]$$
 Les crochets sont des parenthèses.

$$A = (3x + 2) \times [x - 2 + 2x - 5]$$

$$A = (3x + 2)(3x - 7)$$
 Les crochets peuvent se transformer en parenthèses.

Exemples pour le 1) : factoriser les expressions suivantes :

$$B = (x - 2)(2x + 8) - (2x - 1)(x - 2)$$

$$C = -2(x + 2) + 3x(x + 2)$$

Méthode sur 3 exemples pour le 2) : On veut factoriser les expressions suivantes :

$$A = x^2 + 6x + 9$$

$$B = x^2 - 4x + 4$$

$$C = 9x^2 - 16$$

$$A = x^2 + 2 \times x \times 3 + 3^2$$

$$B = x^2 - 2 \times x \times 2 + 2^2$$

$$C = (3x)^2 - 4^2$$

$$A = (x + 3)^2$$

$$B = (x - 2)^2$$

$$C = (3x + 4)(3x - 4)$$

Exemples pour le 2) : Factoriser les expressions suivantes :

$$D = 4x^2 - 8x + 4$$

$$E = 25x^2 + 30x + 9$$

Et au brevet alors ? :

Exercice (Brevet 2007, 7 pts) : On donne un programme de calcul :

« Choisir un nombre.

Lui ajouter 4.

Multiplier la somme obtenue par le nombre choisi.

Ajouter 4 à ce produit.

Ecrire le résultat. »

1) Écrire les calculs permettant de vérifier que si l'on fait fonctionner ce programme avec le nombre -2 , on obtient 0.

2) Donner le résultat fourni par le programme lorsque le nombre choisi est 5.

3) a) Faire deux autres essais en choisissant à chaque fois un nombre entier et écrire le résultat obtenu sous la forme du carré d'un autre nombre entier (les essais doivent figurer sur la copie).

b) En est-il toujours ainsi lorsqu'on choisit un nombre entier au départ de ce programme de calcul ? Justifier la réponse.

4) On souhaite obtenir 1 comme résultat. Quels nombres peut-on choisir au départ ?

Exercice (Brevet 1996) : $E = 9x^2 - 25 + (3x + 5)(x - 2)$.

1) Factoriser $9x^2 - 25$, puis factoriser E .

2) Résoudre l'équation $(3x + 5)(4x - 7) = 0$.