Equations et inéquations

I] Rappel : équations du premier degré à une inconnue

1) Technique

Définition : résoudre une équation, c'est trouver un nombre inconnu pour que l'égalité donnée soit vraie.

Exemple : résoudre les équations suivantes :

a) $4x = 28$ b) $5t + 3 = 3t + 10$ c) $5z - \frac{2}{3} = 0$

[Passer des tests avec valeurs aux méthodes d'isolement…]
[Insister sur le fait que la lettre n'a pas le même statut que dans une formule de calcul littéral…]

Définition : une équation du premier degré se ramène toujours à la forme $ax = b$ où a et b sont des nombres. Quand b est différent de 0, l'équation $ax = b$ possède une unique solution : $x = \frac{b}{a}$.

Exemple : $3(x + 2) - 7(1 - x) = 2 + 6x$ est une équation du premier degré, car elle se ramène à :

$3x + 6 - (7 - 7x) = 2 + 6x$
$3x + 6 - 7 + 7x = 2 + 6x$
$10x - 1 = 2 + 6x$
$4x - 1 = 2$
$4x = 3$ dont la solution est $x = \frac{3}{4}$

Méthode : pour résoudre une équation du premier degré, après avoir développé et réduit chaque membre de l'égalité, on isole l'inconnue d'un côté du signe « = » en effectuant des modifications identiques de chaque côté du signe « = ».

Exemple : résoudre $4(x + 2) = 3(2 - x)$.

Contre-exemple : $3x^2 - 5 = 2$ n'est pas une équation du premier degré.

Remarques : - a et b peuvent être des racines carrées comme dans l'équation $\sqrt{2}x = \sqrt{7}$ dont la solution est $x = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{7}{2}}$.

- a et b peuvent être des fractions comme dans l'équation $\frac{4}{5} = \frac{2}{3}x$ dont la solution est

$$x = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{3}} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{5}$$

- dans une équation, quand il y a beaucoup de fractions à additionner ou à soustraire, on les met toutes sur le même dénominateur, puis on peut supprimer le dénominateur commun.

Exemple : Résoudre $\frac{1}{4} + \frac{3}{8}x = \frac{-5}{2} + \frac{7}{16}x$.

$\frac{4}{16} + \frac{6}{16}x = \frac{-40}{16} + \frac{7}{16}x$
$4 + 6x = -40 + 7x$
$4 = -40 + x$
$44 = x$. La solution est 44.

Exercices : page 95.

2) Mises en équations : résolution de problèmes

Principe sur un exemple (Brevet) : « Deux frères, Marc et Jean, possèdent chacun un jardin. L'aire du jardin de Marc est les $\frac{3}{4}$ de l'aire du jardin de Jean. Les deux frères possèdent en tout 1 470 m^2. Quelles sont les aires des jardins de Marc et de Jean ? »

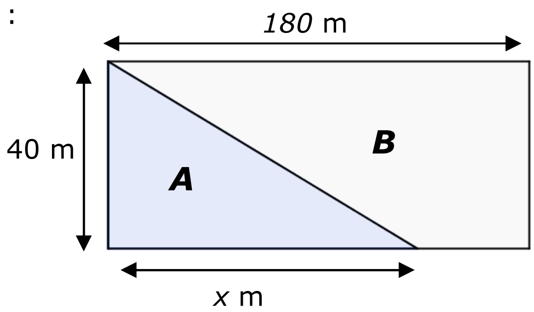
Résolution du problème en 5 étapes : **1) Choix de l'inconnue :** En général on choisit comme inconnue ce qui est demandé dans la question (ou l'une des choses qui sont demandées dans la question) **2) On exprime les autres inconnues en fonction de l'inconnue** **3) On met le problème en équation** **4) On résout l'équation** **5) On répond à la question et on vérifie son résultat.**	**1)** Soit x l'aire du jardin de Jean **2)** aire du jardin de Marc : $\frac{3}{4}x$ **3)** $x+\frac{3}{4}x=1470$ **4)** $\frac{7}{4}x=1470$ soit $x=1470\times\frac{4}{7}=840$ **5)** L'aire du jardin de Jean est de 840 m^2. L'aire du jardin de Marc est de $\frac{3}{4}\times 840=630\,\text{m}^2$. Vérification : 840 + 630 = 1470.

Deux autres exemples de mise en équation :

1) Au 1er janvier 2012, Jean a 150 € d'économies et ses parents décident de lui verser 5 € par mois pour augmenter ses économies. AU 1er janvier 2012, Julie a 10 € d'économies et ses parents décident de lui verser 9 € par mois pour augmenter ses économies.
Au bout de combien de mois Jean et Julie auront-ils la même somme ?

2) On considère le terrain rectangulaire ci-contre :

Déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire de B vaut le double de l'aire de A.



Exercices : page 96.

II Équations produits

[Activité orale : soient X et Y deux nombres et l'information suivante : $XY = 0$. Quelles informations peut-on en déduire ?... Traiter aussi la réciproque.]

Propriété : si un produit de facteurs est nul alors l'un au moins des facteurs est nul.

« Si $a \times b = 0$ alors $a = 0$ ou $b = 0$. »

Exemple-méthode : on veut résoudre l'équation suivante : $(2x + 5)(4x - 5) = 0$.

[laisser l'initiative jusqu'au développement et à la voie sans issue…]

Cette équation se présente sous la forme d'un produit de facteurs.

Donc $2x + 5 = 0$ ou $4x - 5 = 0$.

$2x = -5$ ou $4x = 5$.

$x = \frac{-5}{2}$ ou $x = \frac{5}{4}$.

[faire un retour sur l'équation $x^2 = a$ qui rentre dans le cadre des équations produits…]

Exercices : page 97. Et pages 99, 103 et 106 pour clore le chapitre…